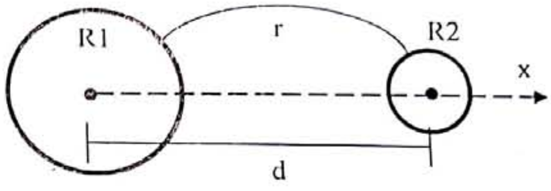
Prova scritta di Fisica 2 7.6.2018

Esercizio n.1 **[10 + 2 punti]**

Nel vuoto sono poste due sfere conduttrici di raggio ***R1*** e ***R2*** collegate da un filo conduttore di resistenza ***r*** ed a distanza ***d*** fra i due centri. Al tempo t=0 viene depositata una carica Q_0 sulla sfera R1, si supponga che questo deposito di carica sia istantaneo.
A) Determinare le cariche elettriche finali presenti sulla sfera R1 e sulla sfera R2 nella configurazione di equilibrio, cioè dopo un tempo sufficientemente lungo. B) In queste condizioni si calcoli il punto dell'asse x (vedi figura) che congiunge i centri delle due sfere in cui il campo elettrico E generato dal sistema è nullo.
C) Domanda extra da 2 punti: valutare, giustificandolo, l'ordine di grandezza del tempo t che bisogna aspettare perché il sistema dallo stato iniziale raggiunga l'equilibrio.



Dati: $R1 = 3\,R2$; $R2 = 1$ cm ; $d = 8$ cm ; $Q_0 = 4$ nC ; $r = 900\ \Omega$

A) La situazione di equilibrio si avrà quando i potenziali delle due sfere saranno uguali:

$V_1 = V_2$ quindi $\frac{KQ_1}{R_1} = \frac{KQ_2}{R_2}$ da cui $Q_1 = \frac{R_1}{R_2} Q_2 = 3Q_2$

Dato che la carica elettrica si conserva $Q_0 = Q_1 + Q_2$

Quindi le cariche finali saranno $Q_1 = 3/4\, Q_0$; $Q_2 = 1/4\, Q_0$

B) Il campo E fra le due sfere è

$$E(x) = |E_1| - |E_2| = \frac{KQ_1}{x^2} - \frac{KQ_2}{(d-x)^2} = KQ_2\left(\frac{3}{x^2} - \frac{1}{(d-x)^2}\right)$$

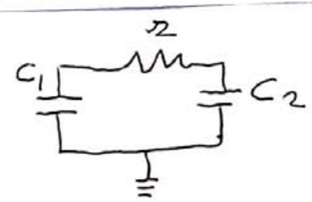
$E(x) = 0$ se $2x^2 - 6dx + 3d^2 = 0$ $x = $ $x_1 = 0{,}63\,d$ SI ; $x_2 = 2{,}4\,d > d$ NO

quindi $x(E=0) = 0{,}63\,d = 5$ cm

C) Il sistema è equivalente a due condensatori con una resistenza in serie. La costante di tempo $\tau = r \cdot C_s \simeq r \cdot C_2 \simeq r R_2/K \sim \frac{\cancel{9}\times 10^{2} \times 10^{-2}}{\cancel{9}\times 10^{9}} \sim 10^{-9}$ s

L'equilibrio si ha per $t > 3\tau \sim 3$ nS

A) II Metodo (più complicato) dal circuito



$$\Delta V(t)_{C_1} + \Delta V(t)_{r} + \Delta V(t)_{C_2} = 0$$

$$\frac{Q_1(t)}{C} + R I(t) + \frac{Q_2(t)}{C_2} = 0 \qquad \text{dove} \quad Q_2(t) = Q_0 - Q_1(t)$$

$$I(t) = -\frac{dQ_1(t)}{dt}$$

si ha, risolvendo:

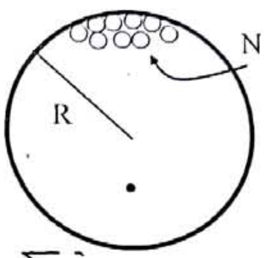
$$Q_1(t) = Q_0 \frac{C_2}{C_1+C_2}\left(\frac{C_1}{C_2} + e^{-t/\tau}\right) \qquad \text{essendo} \quad \tau = r\, C_{serie}(C_1, C_2)$$

per cui

$Q_1(0) = Q_0$ (come doveva essere) ; $Q_1(\infty) = \frac{3}{4} Q_0$ $\quad Q_2(\infty) = \frac{1}{4} Q_0$

Esercizio n.2 [[redacted] punti]

Si consideri un insieme costituito da ***N*** fili rettilinei indefiniti, tutti uguali fra loro, che formano un cavo cilindrico di raggio ***R*** riempiendo completamente la sezione del cilindro. Ciascun filo è attraversato da una corrente costante ***i***. A) Si determini, in modulo, direzione e verso, il campo ***B*** generato dal sistema in tutto lo spazio e se ne faccia il grafico. B) Si determini la forza per unità di lunghezza, in modulo, direzione e verso, agente su uno dei fili del cavo a distanza ***r = R/2*** dal centro del cavo.



Dati N=100 , i = 2 A , R = 0,5 cm

Il campo B sarà in generale* $\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 \sum i_c$

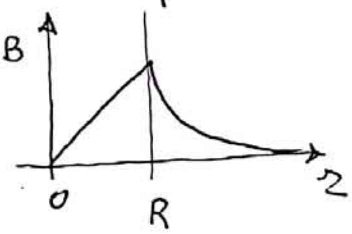
A) 1) $r < R$ $\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 i(r)$ dove $i(r)$ è la corrente concatenata da una circonferenza di raggio r

$$i(r) = J \cdot S(r) = \frac{I_{totale}}{S_{TOTALE}} \cdot \pi r^2 = \frac{Ni}{\cancel{\pi} R^2} \cdot \cancel{\pi} r^2$$

quindi $B(r) \cdot 2\pi \cancel{r} = \mu_0 \frac{Ni}{R^2} r^{\cancel{2}}$ $\quad B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Ni}{R^2} \cdot r$

2) $r \geq R$ $\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 Ni$ $\quad B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 Ni$

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Ni}{r}$$



B) $d\bar{F} = i\, d\bar{l} \times \bar{B}$ quindi

$$\frac{d\bar{F}}{|dl|} = \underline{i} \times \bar{B} = i\, B(R/2) = i \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R^2} \frac{R}{2} = \frac{\mu_0 i^2 N}{4\pi R}$$

$$= \frac{\cancel{4\pi} \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^2}{\cancel{4\pi} \times 1/2 \cdot 10^{-2}} = 8\ mN/m$$

La forza $\frac{dF}{dl}$ è diretta verso il centro.

* Il sistema ha simmetria cilindrica per cui anche $\bar{B}$ avrà questa simmetria. $\bar{B}$ sarà tangenziale alla circonferenze di raggio r, in verso antiorario.

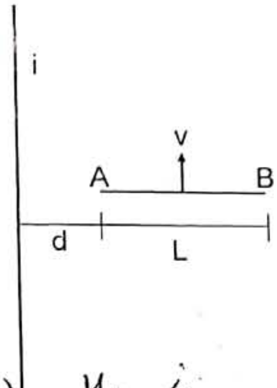
Prova scritta di Fisica 2 7.6.2018

Esercizio n.3 [10 punti]

Un filo rettilineo indefinito è percorso da una corrente costante *i*. Una sbarretta metallica rigida, ortogonale al filo, si muove con velocità uniforme ***v*** parallelamente al filo. La sbarretta è lunga ***L*** e la sua distanza minima dal filo è ***d*** (vedi figura). Ai suoi capi si misura una d.d.p $V_A - V_B = \Delta V$.

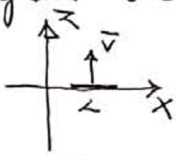
A) Si determini il valore e il verso della corrente che scorre nel filo.

B) Si supponga ora di collegare la sbarretta in moto ad un circuito elettrico fermo (tramite delle guide rigide p.e.), in modo che la resistenza totale di tutto il circuito (chiuso) sia uguale ad *R*. Calcolare l'energia dissipata in un secondo in regime stazionario.



Dati: $v = 20\ m/s$; $L = 30\ cm$; $d = 15\ cm$; $\Delta V = V_A - V_B = 11\ \mu V$; $R = 4\ \Omega$

Il campo $\bar{B}$ generato dal filo vale $B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$; con direzione $\perp\ \hat{i}$ ed a $\bar{v}$.



$\hat{B}(r) = \hat{y}$ (Ipotesi $\hat{i} = \hat{z}$)

A) Nella sbarretta si crea il campo di Lorentz, elettromotore, non conservativo:

$\bar{E}_L = \bar{v} \times \bar{B} = vB(-\hat{x})$; all'equilibrio questo è bilanciato da un campo elettrostatico $\bar{E}_{e.s.}$ uguale e contrario $\bar{E}_{e.s.} = -\bar{E}_L = vB\hat{x}$ che crea la d.d.p. $V_A - V_B = -\int_B^A \bar{E}_{e.s.} \cdot d\bar{r} = -\frac{v\mu_0 i}{2\pi}\int_{d+L}^{d} \frac{dr}{r} =$

$= \frac{v\mu_0 i}{2\pi} \ln\frac{d+L}{d} = \Delta V$

da cui $i = \frac{\Delta V \cdot 2\pi}{v\mu_0 \ln(d+L/d)} = \frac{\cancel{11}\cdot 10^{-6} \cdot \cancel{2\pi}}{20 \times \cancel{4\pi}_{2} \cdot 10^{-7} \cdot \cancel{1{,}1}} = 2{,}5\ A$ ∴

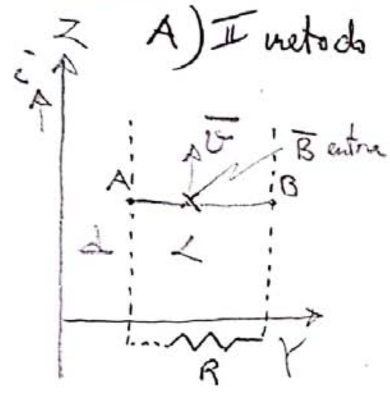
$i > 0$ quindi va bene l'ipotesi $i = \hat{z}$

B) In regime stazionario nel circuito scorrerà una corrente costante $I = \Delta V/R$, l'energia dissipata in 1 secondo è $P\cdot(t=1) = RI^2 = \frac{\Delta V^2}{R} = \frac{(11\cdot 10^{-6})^2}{4} \simeq 30\cdot 10^{-12}\ J$ ∴

Nota: Tutti i calcoli possono essere fatti con l'approssimazione del 10%, compresi i valori delle costanti fondamentali.

$\sqrt{3} = 1{,}73$; $\sqrt{5} = 2{,}24$; ln 2 = 0,69 ; ln 3 = 1,1 ; ln 4 = 1,4

A) II metodo



$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\,\frac{i}{r}$$

$$d\phi = \int_{r=d}^{r=d+L} dB\, dr\, dz = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\, dz \int \frac{dr}{r} =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi}\, dz \,\ln\frac{d+L}{d} > 0 \quad \text{per } dz > 0$$

$$f.e.m. = \left|-\frac{d\phi}{dt}\right| = \frac{\mu_0 i v}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d} = \Delta V = V_A - V_B > 0$$

[deve far circolare una corrente in verso antiorario]

Nota: con $\langle B\rangle_d^{d+L}$, $B(x) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{x}$ $\Big\}$ $\langle B\rangle = \frac{1}{L}\int B(x)\,dx = \frac{\mu_0 i}{2\pi L}\ln\frac{d+L}{L}$

$$d\phi = \langle B\rangle \cdot L \cdot dz \qquad \frac{d\phi}{dt} = \langle B\rangle \cdot L\, v$$

$$\left|f_{e.m.}\right| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \frac{\mu_0 i}{2\pi \cancel{L}}\cancel{L}\, v \ln\frac{d+L}{L}$$

$$= \frac{\mu_0 i v}{2\pi}\ln\left(\frac{d+L}{L}\right)$$